Agrégation de Mathématiques, Université de Nice Sophia-Antipolis,
Développement, Année 2006-2007
Polynômes de Bernstein, version probabiliste.

Théorème : Si f est continue sur $[0,1]$, les polynômes de Bernstein

$$B_n(f) = \sum_{k=0}^{n} f(k/n) C_n^k x^k (1-x)^{n-k}$$

convergent uniformément vers f sur $[0,1]$.

Plan de la preuve :

1) Soient (X_n) une suite de variables aléatoires indépendantes de même loi $\mathbb{P}$, de moyenne ξ et de variance σ^2. On pose $M_n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$. Montrer que $E_n = \mathbb{E}(f(M_n))$ converge uniformément vers $f(\xi)$ sur $[0,1]$ en supposant que $\sigma^2(\xi)$ est borné sur $[0,1]$ et f continue sur $[0,1]$.

2) En prenant pour X_n une distribution de Bernouilli, montrer le théorème de Bernstein.

Bibliographie : Chambert-Loir, tome 2.

Remarque : Il faut regrouper les arguments comme ci-dessus et ne surtout pas détailler comme dans le livre.

Remarques personnelles/détails à se rappeler par rapport au livre :

Agrégation de Mathématiques, Université de Nice Sophia-Antipolis,
Développement, Année 2006-2007
Polynômes de Bernstein, version probabiliste.

Théorème : Si f est continue sur $[0,1]$, les polynômes de Bernstein

$$B_n(f) = \sum_{k=0}^{n} f(k/n) C_n^k x^k (1-x)^{n-k}$$

convergent uniformément vers f sur $[0,1]$.

Plan de la preuve :

1) Soient (X_n) une suite de variables aléatoires de même loi $\mathbb{P}$, de moyenne ξ et de variance σ^2. On pose $M_n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$. Montrer que $E_n = \mathbb{E}(f(M_n))$ converge uniformément vers $f(\xi)$ sur tout ensemble de ξ où $\sigma^2(\xi)$ est borné et f uniformément continue.

2) En prenant pour X_n une distribution binomiale, montrer le théorème de Bernstein.

Bibliographie : Chambert-Loir, tome 2.

Remarque : Il faut regrouper les arguments comme ci-dessus et ne surtout pas détailler comme dans le livre.

Remarques personnelles/détails à se rappeler par rapport au livre :

Agrégation de Mathématiques, Université de Nice Sophia-Antipolis,
Développement, Année 2006-2007
Polynômes de Bernstein, version probabiliste.

Théorème : Si f est continue sur $[0,1]$, les polynômes de Bernstein

$$B_n(f) = \sum_{k=0}^{n} f(k/n) C_n^k x^k (1-x)^{n-k}$$

convergent uniformément vers f sur $[0,1]$.

Plan de la preuve :

1) Soient (X_n) une suite de variables aléatoires de même loi $\mathbb{P}$, de moyenne ξ et de variance σ^2. On pose $M_n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$. Montrer que $E_n = \mathbb{E}(f(M_n))$ converge uniformément vers $f(\xi)$ sur tout ensemble de ξ où $\sigma^2(\xi)$ est borné et f uniformément continue.

2) En prenant pour X_n une distribution binomiale, montrer le théorème de Bernstein.

Bibliographie : Chambert-Loir, tome 2.

Remarque : Il faut regrouper les arguments comme ci-dessus et ne surtout pas détailler comme dans le livre.

Remarques personnelles/détails à se rappeler par rapport au livre :

Agrégation de Mathématiques, Université de Nice Sophia-Antipolis,
Développement, Année 2006-2007
Polynômes de Bernstein, version probabiliste.

Théorème : Si f est continue sur $[0,1]$, les polynômes de Bernstein

$$B_n(f) = \sum_{k=0}^{n} f(k/n) C_n^k x^k (1-x)^{n-k}$$

convergent uniformément vers f sur $[0,1]$.

Plan de la preuve :

1) Soient (X_n) une suite de variables aléatoires de même loi $\mathbb{P}$, de moyenne ξ et de variance σ^2. On pose $M_n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$. Montrer que $E_n = \mathbb{E}(f(M_n))$ converge uniformément vers $f(\xi)$ sur tout ensemble de ξ où $\sigma^2(\xi)$ est borné et f uniformément continue.

2) En prenant pour X_n une distribution binomiale, montrer le théorème de Bernstein.

Bibliographie : Chambert-Loir, tome 2.

Remarque : Il faut regrouper les arguments comme ci-dessus et ne surtout pas détailler comme dans le livre.

Remarques personnelles/détails à se rappeler par rapport au livre :

Agrégation de Mathématiques, Université de Nice Sophia-Antipolis,
Développement, Année 2006-2007
Polynômes de Bernstein, version probabiliste.

Théorème : Si f est continue sur $[0,1]$, les polynômes de Bernstein

$$B_n(f) = \sum_{k=0}^{n} f(k/n) C_n^k x^k (1-x)^{n-k}$$

convergent uniformément vers f sur $[0,1]$.

Plan de la preuve :

1) Soient (X_n) une suite de variables aléatoires de même loi $\mathbb{P}$, de moyenne ξ et de variance σ^2. On pose $M_n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$. Montrer que $E_n = \mathbb{E}(f(M_n))$ converge uniformément vers $f(\xi)$ sur tout ensemble de ξ où $\sigma^2(\xi)$ est borné et f uniformément continue.

2) En prenant pour X_n une distribution binomiale, montrer le théorème de Bernstein.

Bibliographie : Chambert-Loir, tome 2.

Remarque : Il faut regrouper les arguments comme ci-dessus et ne surtout pas détailler comme dans le livre.

Remarques personnelles/détails à se rappeler par rapport au livre :

Polynômes de Bernstein, version probabiliste.

Théorème : Si f est continue sur $[0,1]$, les polynômes de Bernstein

$$B_n(f) = \sum_{k=0}^{n} f(k/n) C_n^k x^k (1-x)^{n-k}$$

convergent uniformément vers f sur $[0,1]$.

Plan de la preuve :

1) Soient (X_n) une suite de variables aléatoires de même loi $\mathbb{P}$, de moyenne ξ et de variance σ^2. On pose $M_n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$. Montrer que $E_n = \mathbb{E}(f(M_n))$ converge uniformément vers $f(\xi)$ sur tout ensemble de ξ où $\sigma^2(\xi)$ est borné et f uniformément continue.

2) En prenant pour X_n une distribution binomiale, montrer le théorème de Bernstein.

Bibliographie : Chambert-Loir, tome 2.

Remarque : Il faut regrouper les arguments comme ci-dessus et ne surtout pas détailler comme dans le livre.

Remarques personnelles/détails à se rappeler par rapport au livre :

Agrégation de Mathématiques, Université de Nice Sophia-Antipolis,
Développement, Année 2006-2007
Polynômes de Bernstein, version probabiliste.

Théorème : Si f est continue sur $[0,1]$, les polynômes de Bernstein

$$B_n(f) = \sum_{k=0}^{n} f(k/n) C_n^k x^k (1-x)^{n-k}$$

convergent uniformément vers f sur $[0,1]$.

Plan de la preuve :

1) Soient (X_n) une suite de variables aléatoires de même loi $\mathbb{P}$, de moyenne ξ et de variance σ^2. On pose $M_n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$. Montrer que $E_n = \mathbb{E}(f(M_n))$ converge uniformément vers $f(\xi)$ sur tout ensemble de ξ où $\sigma^2(\xi)$ est borné et f uniformément continue.

2) En prenant pour X_n une distribution binomiale, montrer le théorème de Bernstein.

Bibliographie : Chambert-Loir, tome 2.

Remarque : Il faut regrouper les arguments comme ci-dessus et ne surtout pas détailler comme dans le livre.

Remarques personnelles/détails à se rappeler par rapport au livre :

Agrégation de Mathématiques, Université de Nice Sophia-Antipolis,
Développement, Année 2006-2007
Polynômes de Bernstein, version probabiliste.

Théorème : Si f est continue sur $[0,1]$, les polynômes de Bernstein

$$B_n(f) = \sum_{k=0}^{n} f(k/n) C_n^k x^k (1-x)^{n-k}$$

convergent uniformément vers f sur $[0,1]$.

Plan de la preuve :

1) Soient (X_n) une suite de variables aléatoires de même loi $\mathbb{P}$, de moyenne ξ et de variance σ^2. On pose $M_n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$. Montrer que $E_n = \mathbb{E}(f(M_n))$ converge uniformément vers $f(\xi)$ sur tout ensemble de ξ où $\sigma^2(\xi)$ est borné et f uniformément continue.

2) En prenant pour X_n une distribution binomiale, montrer le théorème de Bernstein.

Bibliographie : Chambert-Loir, tome 2.

Remarque : Il faut regrouper les arguments comme ci-dessus et ne surtout pas détailler comme dans le livre.

Remarques personnelles/détails à se rappeler par rapport au livre :

Agrégation de Mathématiques, Université de Nice Sophia-Antipolis,
Développement, Année 2006-2007
Polynômes de Bernstein, version probabiliste.

Théorème : Si f est continue sur $[0,1]$, les polynômes de Bernstein

$$B_n(f) = \sum_{k=0}^{n} f(k/n) C_n^k x^k (1-x)^{n-k}$$

convergent uniformément vers f sur $[0,1]$.

Plan de la preuve :

1) Soient (X_n) une suite de variables aléatoires de même loi $\mathbb{P}$, de moyenne ξ et de variance σ^2. On pose $M_n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$. Montrer que $E_n = \mathbb{E}(f(M_n))$ converge uniformément vers $f(\xi)$ sur tout ensemble de ξ où $\sigma^2(\xi)$ est borné et f uniformément continue.

2) En prenant pour X_n une distribution binomiale, montrer le théorème de Bernstein.

Bibliographie : Chambert-Loir, tome 2.

Remarque : Il faut regrouper les arguments comme ci-dessus et ne surtout pas détailler comme dans le livre.

Remarques personnelles/détails à se rappeler par rapport au livre :

Agrégation de Mathématiques, Université de Nice Sophia-Antipolis,
Développement, Année 2006-2007
Polynômes de Bernstein, version probabiliste.

Théorème : Si f est continue sur $[0,1]$, les polynômes de Bernstein

$$B_n(f) = \sum_{k=0}^{n} f(k/n) C_n^k x^k (1-x)^{n-k}$$

convergent uniformément vers f sur $[0,1]$.

Plan de la preuve :

1) Soient (X_n) une suite de variables aléatoires de même loi $\mathbb{P}$, de moyenne ξ et de variance σ^2. On pose $M_n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$. Montrer que $E_n = \mathbb{E}(f(M_n))$ converge uniformément vers $f(\xi)$ sur tout ensemble de ξ où $\sigma^2(\xi)$ est borné et f uniformément continue.

2) En prenant pour X_n une distribution binomiale, montrer le théorème de Bernstein.

Bibliographie : Chambert-Loir, tome 2.

Remarque : Il faut regrouper les arguments comme ci-dessus et ne surtout pas détailler comme dans le livre.

Remarques personnelles/détails à se rappeler par rapport au livre :

Agrégation de Mathématiques, Université de Nice Sophia-Antipolis,
Développement, Année 2006-2007
Polynômes de Bernstein, version probabiliste.

Théorème : Si f est continue sur $[0,1]$, les polynômes de Bernstein

$$B_n(f) = \sum_{k=0}^{n} f(k/n) C_n^k x^k (1-x)^{n-k}$$

convergent uniformément vers f sur $[0,1]$.

Plan de la preuve :

1) Soient (X_n) une suite de variables aléatoires de même loi $\mathbb{P}$, de moyenne ξ et de variance σ^2. On pose $M_n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$. Montrer que $E_n = \mathbb{E}(f(M_n))$ converge uniformément vers $f(\xi)$ sur tout ensemble de ξ où $\sigma^2(\xi)$ est borné et f uniformément continue.

2) En prenant pour X_n une distribution binomiale, montrer le théorème de Bernstein.

Bibliographie : Chambert-Loir, tome 2.

Remarque : Il faut regrouper les arguments comme ci-dessus et ne surtout pas détailler comme dans le livre.

Remarques personnelles/détails à se rappeler par rapport au livre :

Agrégation de Mathématiques, Université de Nice Sophia-Antipolis,
Développement, Année 2006-2007
Polynômes de Bernstein, version probabiliste.

Théorème : Si f est continue sur $[0,1]$, les polynômes de Bernstein

$$B_n(f) = \sum_{k=0}^{n} f(k/n) C_n^k x^k (1-x)^{n-k}$$

convergent uniformément vers f sur $[0,1]$.

Plan de la preuve :

1) Soient (X_n) une suite de variables aléatoires de même loi $\mathbb{P}$, de moyenne ξ et de variance σ^2. On pose $M_n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$. Montrer que $E_n = \mathbb{E}(f(M_n))$ converge uniformément vers $f(\xi)$ sur tout ensemble de ξ où $\sigma^2(\xi)$ est borné et f uniformément continue.

2) En prenant pour X_n une distribution binomiale, montrer le théorème de Bernstein.

Bibliographie : Chambert-Loir, tome 2.

Remarque : Il faut regrouper les arguments comme ci-dessus et ne surtout pas détailler comme dans le livre.

Remarques personnelles/détails à se rappeler par rapport au livre :