

## TP Scilab : problème des moindres carrés et méthode QR

### 1. DÉCOMPOSITION QR DE LA MATRICE

1.1. Programmer la décomposition QR d'une matrice  $A \in GL_n(\mathbb{R})$  à l'aide du procédé de Gram-Schmidt.

1.2. Que pensez-vous de l'algorithme de Gram-Schmidt modifié ci-dessous ? Donne-t-il le même résultat ? Quel est son intérêt ?

```
Q=A;R=zeros(A);
for k=1:(n-1)
    R(k,k)=norm(Q(:,k));
    if R(k,k)==0 then abort; end;
    Q(:,k)=Q(:,k)/R(k,k);
    R(k,k+1:n)=Q(:,k)'*Q(:,k+1:n);
    Q(:,k+1:n)=Q(:,k+1:n)-Q(:,k)*R(k,k+1:n);
end
R(n,n)=norm(Q(:,n));
Q(:,n)=Q(:,n)/R(n,n);
```

1.3. Programmer la décomposition QR d'une matrice  $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$  à l'aide des matrices de Householder.

1.4. Comparer les trois méthodes précédentes (vérifier en particulier l'orthogonalité de la matrice Q obtenue) pour la matrice de Hilbert définie par  $H_{i,j} = \frac{1}{i+j-1}$ ,  $1 \leq i, j \leq n$  pour  $n = 10$ .

### 2. PROBLÈME DES MOINDRES CARRÉS

Soient  $n$  points  $(x_i, y_i)$ ,  $1 \leq i \leq n$ . Faire un programme qui trouve la droite  $y = ax + b$  minimisant  $\sum_{i=1}^n |y_i - (ax_i + b)|^2$ . Prendre un exemple et tracer sur un graphique les points et la droite.

### 3. RÉFÉRENCES

Ciarlet, *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*, Dunod.

Lascaux-Théodor, *Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur. Tome 1.*, Dunod.