

**Exercice 1 (Solutions périodiques)**

Soit  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$  telle que  $\det A \neq 0$ . A quelle condition sur  $A$ , le système  $Y' = AY$  admet-il des solutions périodiques ?

**Exercice 2 (Allure de trajectoires)**

Donner l'allure des trajectoires des systèmes suivants

$$a) \begin{cases} 5x' - 8x + 9y = 0, \\ 5y' - 6x + 13y = 0, \end{cases} \quad b) \begin{cases} 3x' + 7x - 5y = 0, \\ 3y' + 2x + 5y = 0, \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = x + 2y, \end{cases} \quad d) \begin{cases} x' + 2x - 2y + 2 = 0, \\ 2y' - x + 4y - 7 = 0. \end{cases}$$

**Exercice 3 (Solutions tendant vers 0)**

A quelle condition sur  $\alpha \in \mathbb{R}$ , les solutions non nulles  $t \mapsto (x(t), y(t))$  du système  $\begin{cases} x' = -x + \alpha y, \\ y' = x + 2y, \end{cases}$  tendent-elles toutes vers  $(0, 0)$  quand  $t \rightarrow +\infty$  ?