L1aes – Un corrigé des questions 4 et 5 de l'examen TQA 1ère session 2011 avec barème de notation

Lorsqu'une réponse est donnée sans aucun détail de calcul, la note peut être 0 ou la moitié des points. Exemple pour la question 4c : la réponse "les carcatères V et D ne sont pas indépendants" sans aucune explication donne 0.

4a. Taille de la population = 9. (9 points sur le dessins, il n'y a pas de point confondu d'après l'énoncé.) — 0.5pt par question

Etendue de V : $[30, 130]$

Etendue de D : $[5, 115]$ approximativement, ou un peu plus précisément $[6, 112]$.

Moyenne de V : très approximativement le milieu de l'intervalle $[30, 130]$, c'est à dire 80. (Ce serait 80 si les valeurs de V étaient uniformément réparties dans $[30, 130]$ mais ce n'est pas tout à fait le cas.)

4b. $E =$ "$V > 85$". 5 données vérifient E sur 9 données au total donc $\mathrm{f}_E = \frac{5}{9}$. — 0.5pt

$F =$ "$D > 60$". 4 données vérifient F donc $\mathrm{f}_F = \frac{4}{9}$. — 0.5pt

$\mathrm{f}_{F|E} = \frac{\mathrm{f}_{F \text{ et } E}}{\mathrm{f}_E} = \frac{\mathrm{n}_{F \text{ et } E}}{\mathrm{n}_E}$. 4 données vérifient ($F$ et E) sur les 5 vérifiant E donc $\mathrm{f}_{F|E} = \frac{4}{5}$. — 1pt

F est pratiquement indépendant de E si $\frac{\mathrm{f}_{F|E}}{\mathrm{f}_F} \approx 1$. Or $\frac{\mathrm{f}_{F|E}}{\mathrm{f}_F} = \frac{4/5}{4/9} = \frac{9}{5} >> 1$ donc il n'y a pas indépendance. — 0.5pt pour la définition de l'indépendance en terme de quotient des fréquences, 0.5pt pour le calcul et la conclusion

4c. Si le caractère D étaient indépendant de V, l'évènement F serait indépendant de E : en effet F ne dépend que de D, E ne dépend que de V et les évènements sont significatifs (tout au moins en fréquence : f_E et f_F ne sont pas proches de 0). Or F n'est pas indépendant de E d'après 4b. — 1pt

Autre réponse : La droite de régression indique une forte corrélation entre V et D, on voit clairement que D est croissant avec V donc V et D ne sont pas indépendants.

4d. Le centre du nuage de points a pour coordonnées $(\mathrm{Moy}(V), \mathrm{Moy}(D))$ et on sait qu'il est sur la droite de régression. On donne $\mathrm{Moy}(D) = 53.5$. Sur le dessin le point de la droite d'ordonnée 53.5 a pour abscisse ≈ 83 donc $\mathrm{Moy}(V) \approx 83$. — 0.5pt pour le fait que le centre est sur la droite (et non pas proche de la droite), 0.5pt pour le fait que le centre est le point $(\mathrm{Moy}(V), \mathrm{Moy}(D))$ et la conclusion

4e. Le point de la droite d'abscisse 10 a pour ordonnée ≈ -25. C'est la distance de freinage prédite par la régression linéaire. Cette valeur n'est pas pertinente : elle est négative !. — .5pt pour la valeur prédite, .5pt pour la pertinence

5a. L'énoncé donne les fréquences conditionnelles $\mathrm{f}_{E|E_1} = 0.20$, $\mathrm{f}_{E|E_2} = 0.10, \ldots$ et les fréquences marginales $\mathrm{f}_{E_i} = \frac{1}{10}$. Les évènements sont disjoints. Le calcul par conditionnement donne — 1pt

$$\begin{aligned} \mathrm{f}_E &= f_{E|E_1} \times \mathrm{f}_{E_1} + \cdots + f_{E|E_{10}} \times \mathrm{f}_{E_{10}} \\ &= 0.2 \times \tfrac{1}{10} + \cdots + 0.35 \times \tfrac{1}{10} \\ &= 0.2 \end{aligned}$$

5b. E_i est pratiquement indépendant de E si $\frac{f_{E|E_i}}{f_E} \approx 1$. On a trouvé $f_E = 0.2$ (question a). $\frac{f_{E|E_i}}{f_E} \approx 1$ si et seulement si $i = 1, 5, 6$. — 1pt

5c On compare $\mathrm{f}_{E_2|E}$ avec $\mathrm{f}_{E_9|E}$ — 1pt pour le calcul de $\mathrm{f}_{E_2|E}$ et $\mathrm{f}_{E_9|E}$, 1pt pour la conclusion.

$\mathrm{f}_{E_2|E} = \frac{\mathrm{f}_{E_2 \text{ et } E}}{\mathrm{f}_E} = \frac{\mathrm{f}_{E|E_2}\mathrm{f}_{E_2}}{\mathrm{f}_E} = \frac{0.1\times 0.1}{0.2} = 0.05.$

$\mathrm{f}_{E_9|E} = \frac{\mathrm{f}_{E_9 \text{ et } E}}{\mathrm{f}_E} = \frac{\mathrm{f}_{E|E_9}\mathrm{f}_{E_9}}{\mathrm{f}_E} = \frac{0.3\times 0.1}{0.2} = 0.15.$

On a donc $\mathrm{f}_{E_9|E} = 3 \times \mathrm{f}_{E_2|E}$: E_9 est trois fois plus probable que E_2 sachant que E est réalisé.