

Interrogation du 14 octobre 2009

durée 1H – Calculatrice et documents interdits

Nom :**Prénom :**

Question 1. Soient $f, g :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ deux fonctions continues. On suppose que f est équivalente à g en a . Quel lien donne le cours entre la convergence de $\int_a^b f(x)dx$ et celle de $\int_a^b g(x)dx$? (Indiquez précisément les hypothèses.)

Question 2. Soient (f_n) une suite de fonctions continues d'un intervalle I de \mathbb{R} dans \mathbb{R} convergeant simplement vers une fonction f . Quel lien donne le cours entre $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\int_I f_n \right)$ et $\int_I f$? (Indiquez précisément les hypothèses.)

Exercice 3. Calculer la dérivée en $x = 1$ de l'application

$$x \mapsto \int_1^x e^{-t^2} \sin(t) dt .$$

Exercice 4. La suite

$$\left(\int_0^{+\infty} \frac{\exp(-n \sin^2(x))}{(x+1)\sqrt{x}} dx \right)_{n \geq 0}$$

admet elle une limite quand n tend vers $+\infty$? (Justifiez votre réponse.)

Exercice 5. Quelle est la nature de l'intégrale

$$\int_0^{+\infty} x^{-\ln(x)} dx \quad ?$$

(Justifiez votre réponse.)