L3 Mass
Calcul différentiel
2008/2009

TD 4

1. Les fonctions considérées sont supposées de classe C^2. Soit f de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}$ et u de $\mathbb{R}^2$ sans $\mathbb{R}$. Donner le DL à l'ordre 1, puis à l'ordre 2, de $f(u(x,y), x-y, x+y)$ au voisinage d'un point (x_0, x_0). On pourra poser $U = (u, v, w)$.

2. Les matrices suivantes sont-elle définies positives, définies négatives ou bien ni l'une ni l'autre?

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 6 & 3 & 1 \\ 3 & 15 & 5 \\ 1 & 5 & 18 \end{pmatrix}$$

3. Etudier le minimum et le maximum de $f(x,y) = x - y + 2xy + y^2/2$ sur $[-1,1] \times [-1,1]$.

4. Donner les dérivées d'ordre 2 des fonctions suivantes:

$$f(x,y) = 3xy - x^3 - y^3,$$
$$g(x,y,z) = e^{y^2+z^2} \cosh x.$$

Trouver les points critiques, et déterminer dans chaque cas s'il s'agit d'un minimum ou d'un maximum local ou bien d'un point selle.

5. Chercher d'abord les minima de la fonction

$$f(x,y) = 5x^2 + 2y^2 - 2xy - 8x - 2y + 3$$

sur $\mathbb{R}^2$, puis chercher les extrema de f sur le domaine

$$\mathcal{D} = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que } x \geq 0,\ y \geq 0,\ x+y \leq 3 \right\}.$$