La composition de Schur-Szegő de polynômes à une variable

Responsable: V. Kostov

Résumé :

La composition de Schur-Szegő (CSS) des deux polynômes $P = \sum_{j=0}^{n} C_n^j a_j x^j$ et $Q = \sum_{j=0}^{n} C_n^j b_j x^j$ est définie par la formule $P \overset{*}{n} Q = \sum_{j=0}^{n} C_n^j a_j b_j x^j$.

Pour la dérivée de $P \overset{*}{n} Q$ on a la formule suivante : $(P \overset{*}{n} Q)' = (1/n)(P' \overset{*}{n-1} Q')$. Si $P = xS$, $\deg S = n-1$, alors $P \overset{*}{n} Q = (x/n)(S \overset{*}{n-1} Q')$. La CSS est commutative et associative.

Pour un polynôme ayant toutes ses racines réelles (on dit qu'il est *hyperbolique*) on définit son vecteur multiplicité (VM) comme le vecteur dont les composantes sont les multiplicités des racines distinctes données dans l'ordre de croissance.

Lorsque P et Q sont hyperboliques et ont toutes leurs racines strictement négatives, la CSS définit une structure de semi-groupe dans l'ensemble des VM. C'est-à-dire les VM de P et Q définissent le VM de $P \overset{*}{n} Q$.

Le stage peut être proposé à des étudiants de L3, M1 ou M2. Les références proposées sont:

Références

1. V. Prasolov, Polynomials. Translated from the 2001 Russian second edition by Dimitry Leites. Algorithms and Computation in Mathematics, 11. Springer-Verlag, Berlin, 2004, xiv+301 pp. ISBN: 3-540-40714-6.

2. Q.I. Rahman, G. Schmeisser, Analytic Theory of Polynomials, London Math. Soc. Monogr. (N.S.), vol. 26, Oxford Univ. Press, New York, NY, 2002.

3. V.P. Kostov, B.Z. Shapiro, On the Schur-Szegö composition of polynomials, C.R.A.S. Sér. I 343 (2006) 81 – 86.