CORRECTION

Université de Nice
Département de Mathématiques

Année 2005-2006
Licence MI/MP 2e année

Statistiques : Feuille de réponses du TP5
Test d'équirépartition

1. Simulation des lancés de dés recueillis

a. Pour chacun des quatre dés, indiquer la probabilité d'apparition de chacune des six faces. Lesquels d'entre eux sont pipés ?

dé 1 : proba 1/5 pour les faces 1 à 5
dé 2 : proba 1/6 pour les faces 1 à 6
dé 3 : proba 1/4 pour 1, 1/6 pour 2, 3, 4, 5, 1/12 pour 6
dé 4 : proba 3/10 pour 1, 1/5 pour 2, 3, 4, 1/10 pour 5
Seul le dé 2 est non pipé.

b. Les histogrammes confirment-ils vos prévisions ?

Oui, on constate que seul le 2e histogramme a des barres de taille proches pour toutes les faces.

2. Établissement de la loi de répartition pour un dé normal

a. Indiquer la commande Scilab utilisée pour générer le tableau `tirages`.

tirages = int(rand(100, nblances) × 6) + 1 ;

b. Quel est le sens de `totaux(:, i)` dans la commande proposée ? Indiquer les commandes Scilab employées.

totaux(:, i) représente la ième colonne du tableau totaux.

cf. fichier tp5.sce pour les commandes.

c. Pourquoi ne peut-on pas employer la commande `*` ?

La commande * effectue le produit matriciel, et pas le produit terme-à-terme.

d. Quelle est la silhouette de cet histogramme ? Évaluer graphiquement les paramètres caractéristiques de cette silhouette.

La silhouette ressemble à celle d'un χ^2 à peu de degrés de liberté.
Le maximum est atteint en 0,002

3. Analyse de la loi de répartition pour un dé normal

a. Comment obtenir le neuvième décile ? Quel est le lien avec les quartiles vus précédemment ? Comment pourrait-on les obtenir ?

On obtient le neuvième décile en demandant le $\frac{100}{10} = 10^{\text{ème}}$ élément dans le tableau trié par ordre décroissant.
On obtiendrait le 3e quartile en prenant le 25e élément et le 1e en prenant le 75e.

4. Détection des dés pipés

a. Indiquer les commandes Scilab utilisées.

Ce sont les mêmes commandes que précédemment, où l'on n'a cette fois-ci qu'une seule expérience. En particulier, totaux(:, i) est remplacé par totalX(i).

b. Comment les valeurs `d2de1`, `d2de2`, `d2de3` et `d2de4` se comparent-elles au neuvième décile `d9` ? Quelle est la signification de cette comparaison ? Que peut-on en déduire concernant les quatre dés ? Avec quel risque d'erreur ?

d2de2 est nettement inférieur à d9, tandis que les autres sont nettement supérieurs à d9.

Or, par construction, il y a 90% de chances qu'un dé normal fournisse une valeur inférieure à d9. On peut donc raisonnablement penser que les dés 1, 3 et 4 sont pipés.

c. Expliquer en quoi une comparaison avec le premier décile peut permettre de détecter des résultats d'expérience truqués.

Si un dé fournit une valeur inférieure au premier décile, cela signifie que l'écart des fréquences expérimentales aux fréquences théoriques est très faible (plus faible que dans 90% des cas pour un dé normal). Cela laisse penser que les résultats des tirages sont truqués.

5. Comment se passer des tests sur le dé normal ?

a. Indiquer le lien mathématique entre `d9math` et `d9`. Quelles valeurs avez-vous obtenues ? Le lien indiqué est-il vérifié ?

d9math est le neuvième décile de $\sum_{i=1}^{5} \frac{(f_i - g_i)^2}{\sigma_i^2}$ (attention, 5, pas $\underline{\underline{6}}$)

d9 est le neuvième décile de $\sum_{i=1}^{6} (f_i - g_i)^2$.

On vérifie qu'on a bien $d9 = \frac{6}{5}\sigma^2 \, d9math$

b. Que signifient les commandes Scilab utilisées pour tracer la loi de répartition du χ_5^2 ? Cette loi vous semble-t-elle être une bonne approximation de la loi que vérifient les fréquences obtenues expérimentalement ?

cdfchi est la fonction loi cumulée de la loi du χ^2.

Il faut donc en tracer la dérivée. C'est ce que font ces commandes Scilab, en calculant des différences entre valeurs successives (ce n'est pas tout à fait le taux d'accroissement car on ne divise pas par l'écart entre les abscisses, il faudrait donc diviser par 0,0002 pour obtenir la vraie dérivée.