Université de Nice
Département de Mathématiques

Année 2005-2006
Licence MI/MP 2e année

Statistiques : Enoncé du TP 6
Autres exemples de tests du Chi-deux

Pour ce TP6, il n'y a pas de feuille réponse. On fera les calculs demandés à l'aide de Scilab et on indiquera sur une feuille libre, qu'on remettra à son enseignant en fin de séance, à la fois les commandes Scilab ayant permis de faire les calculs et également les réponses obtenues. On interprétera toujours avec soin les conclusions obtenues.

1. Test d'homogénéité :

On reprend ici un exemple du cours 5. Trois groupes de professeurs ont mis au point trois méthodes différentes d'apprentissage qu'on a appliqué à trois échantillons d'étudiants ayant sensiblement le même niveau initial. A l'examen les résultats sont les suivants :

Observés	Admis	Ajournés
Méthode 1	**51**	**29**
Méthode 2	**38**	**12**
Méthode 3	**86**	**34**

Peut-on affirmer que l'une des trois méthodes est plus efficace que les autres en termes de réussite à l'examen ?

1. Définir un tableau de 3 lignes et 2 colonnes comportant les 6 données par `Obs=[51 29 ;38 12 ;86 34]` puis calculer les sommes par `somligne=sum(Obs,'c')` et `somcolonne=sum(Obs,'r')` et l'effectif total par `total=sum(sumligne)`.
2. En déduire un tableau, noté `Theo` de 3 lignes et 2 colonnes comportant les 6 effectifs théoriques.
3. Calculer le tableau des écarts `(Obs-Theo)*(Obs-Theo)/Theo`, puis les sommer pour obtenir le X^2.
4. Déterminer le nombre de degrés de liberté *dl* puis, à l'aide de `cdfchi`, la valeur correspondante du t_α pour une seuil α de 0.05.
5. Mettre en place un test (en précisant notamment son hypothèse nulle) pour savoir si l'une des trois méthodes est plus efficace que les autres en termes de réussite à l'examen.

2. Un second test d'homogénéité : Deux parcelles identiques de vignes atteintes de phylloxera ont été traitées, la première avec un Traitement 1 et la seconde avec un Traitement 2. En vous inspirant de l'exercice précédent tester l'hypothèse H_0 : *les deux traitements ont le même effet.*

Observés	Eradication	Amélioration	Sans effet
Traitement 1	**280**	**210**	**110**
Traitement 2	**220**	**90**	**90**

3. Un test d'indépendance :

On reprend ici un exemple du cours 5. On veut savoir si l'efficacité d'un vaccin contre la grippe est indépendante du fait qu'on l'administre à des patients de moins de 55 ans ou à des patients strictement plus agés. Considérons un échantillon A de personnes vaccinées de 55 ans ou moins, et un échantillon B de personnes vaccinées de plus de 55 ans.

Observés	Grippés	Non-grippés	sommes
A	**38**	**82**	120
B	**72**	**108**	180
sommes	110	190	300

Tester l'indépendance de ces deux caractères au seuil $\alpha = 10\%$. Pouvez-vous, sans refaire les calculs, en déduire une conclusion pour un test au seuil $\alpha = 5\%$?

4. Un test d'adéquation à une loi normale :

Afin de tester le réglage d'une machine qui effectue l'emballage d'un produit en paquets de 50 grammes, on a prélevé et pesé 1000 sachets et on a obtenu les résultats suivants : le poids moyen est de $50,8$ et l'écart type de $3,72$ et l'on a :

poids	moins de 45	[45 ; 47[	[47 ; 49[	[49 ; 51[	[51 ; 53[	[53 ; 55[	[55 ; 57[	plus de 57
0_i (effectifs observés)	68	103	152	206	175	156	85	55

On souhaite tester l'hypothèse selon laquelle le poids des sachets produits par cette machine suit une loi normale $\mathcal{N}(50,8\,;3,72)$.

1. Définir un tableau de 2 lignes et 8 colonnes de la forme $i, Obs(i)$, en choisissant pour i les nombres 45, 47, ..., 57 qui sont les extrémités droites des intervalles de classes, comportant les données. Calculer les sommes par lignes, par colonnes puis l'effectif total.
2. Pour calculer le tableau des effectifs théoriques, de la forme $i, F(i)$, on utilisera tout d'abord la fonction de répartition `cdfnor` de la loi théorique $F(i) = P(X \leq i)$ pour une v.a. X qui suit une loi $\mathcal{N}(50,8\,;3,72)$. Puis on calculera les effectifs théoriques de la façon suivante : $T_i = 1000(F(i) - F(i-1))$, sauf pour $(i = 45)$ où $T_i = 1000(F(i))$ et pour $(i > 57)$ où $T_i = 1000(1 - F(i))$.
3. Calculer le tableau des écarts, puis les sommer pour obtenir le X^2.
4. Déterminer le nombre de degrés de liberté dl puis, à l'aide de `cdfchi`, la valeur correspondante du t_α pour une seuil α de 0.05.
5. Peut-on considérer, au seuil $\alpha = 0.05$, que le poids des sachets suit une loi normale $\mathcal{N}(50,8\,;3,72)$?
6. Représenter effectifs observés et effectifs théoriques sur un même graphique. Commentaire.