Grandes valeurs propres du spectre du laplacien et concentration (travail en commun avec A. Savo)

Bruno Colbois

10 décembre 2009

Soit (M, g) une variété riemannienne compacte et $dvol_g$ la mesure riemannienne usuelle. On considère tout d'abord l'opérateur différentiel $\Delta f = -\frac{1}{\sigma} div(\sigma grad f)$ associé à la mesure à densité $\mu = \sigma dvol_g$. On montre que, sous certaines hypothèses de nature métrique, la présence d'une grande k ième valeur propre pour Δ implique une concentration de la mesure μ autour de k points de (M, g). En particulier, lorsque σ est constante, on retrouve le laplacien usuel et on obtient une concentration de la mesure riemannienne.

Comme application de ce résultat, on considère un opérateur différentiel D du type laplacien sur un fibré vectoriel au dessus de (M, g), par exemple le laplacien sur les formes différentielles ou un opérateur de Schroedinger. On montre que la présence d'un grand trou spectral entre la (k+1) ième et la k ième valeur propre de D implique une concentration des sections propres associées aux k premières valeurs propres autour de k points.