

Frédéric Robert (Nancy)

La conjecture de Lin–Ni en courbure moyenne positive

Résumé : une simplification du modèle de Gierer–Meinhardt conduit naturellement à l'étude sur des domaines Ω du problème de Neumann

$$\begin{cases} \Delta u + \lambda u = u^p & \text{dans } \Omega \\ u > 0 & \text{dans } \Omega \\ \partial_\nu u = 0 & \text{sur } \partial\Omega \end{cases}$$

où $p > 1$, $\lambda > 0$ et $\Delta = -\operatorname{div}(\nabla)$. En dimension $n \geq 3$ et pour λ petit, les seules solutions $u \in C^2$ de ce problème sont les constantes si on suppose $p < (n + 2)/(n - 2)$. Lin et Ni ont conjecturé que ce résultat est aussi vrai pour $p = (n + 2)/(n - 2)$. On montre ici que cette conjecture est vraie pour $n \geq 7$ si la courbure moyenne du bord de Ω est positive et avec une borne sur l'énergie. Ce résultat est optimal. Travail en commun avec O.Druet et J.Wei.